

Andrzej P. Wilczyński¹

Politechnika Warszawska, Instytut Mechaniki i Konstrukcji, ul. Narbutta 85, 02-524 Warszawa
e-mail: aw@imik.wip.pw.edu.pl

PODSTAWY ULTRADŹWIĘKOWYCH POMIARÓW STAŁYCH SPRĘŻYSTOŚCI W ANIZOTROPII

Przedstawiono podstawy fizyczne procesu rozchodzenia się zaburzeń falowych w ciałach stałych oraz podstawowe zależności dotyczące rozchodzenia się fal sprężystych w ośrodkach anizotropowych. Biorąc pod uwagę cel tego przedstawienia, czyli pomiary stałych sprężystości badanych materiałów, podany zapis jest specjalnie dostosowany do tego celu. Rozważono tu przypadek umożliwiający automatyzację pomiarów ultradźwiękowych, sprowadzający się do pomiarów tzw. metodą zanurzeniową, z użyciem dwóch głowic pomiarowych, z bezpośrednim pomiarem czasu przejścia sygnału. Przedstawione zależności są wystarczające do przeprowadzenia interpretacji badań, jednak poza związkami teoretycznymi istotne i trudne jest uzyskanie dostatecznie czułego układu pomiarowego o czułości nie gorszej niż 0,1 ns. Drugim istotnym problemem, przynajmniej w odniesieniu do niektórych stałych sprężystości, jest słabe uwarunkowanie matematyczne zagadnienia interpretacji wyników, kiedy klasyczne metody postępowania nie prowadzą do sensownych wyników. Z tego względu możliwość zastosowań przemysłowych rozwiązania szczegółowego metody postępowania nie została opisana.

Słowa kluczowe: ultradźwięki, fale sprężyste, stałe sprężystości, pomiary, metoda zanurzeniowa, anizotropia, pomiar automatyczny

BASICS FOR ULTRASONIC MEASUREMENTS OF ELASTICITY CONSTANTS IN ANISOTROPIC MATERIALS

This paper presents the physical basis of the process of elastic waves motion in solids exhibiting anisotropic properties. As the presentation is supposed to serve in applications of wave theory to practical, possibly automated measurements, the description is purposefully destined for this aim. The selection of the so called immersion method is chosen, with separate transmitter and receiver gauges, as the possibly one which enables automated measurements. This evolves from the way of measuring only time differences between a free ultrasonic pulse run and the one going through the measured specimen, as proposed by Musgrave. Contact methods of measurements require firstly much more special equipment and also checking the actual contact of the specimen and the sensor, up to now done only manually. Furthermore the possible best accuracy of measurements, the zero-crossing method could not be easily applied. For pure research, when only a small number of specimens is tested and the testing is performed by highly qualified persons, the method of measurement is more arbitrary and use of other types of waves is possible, such as Love's surface waves, which in some cases lead to simple results. In such cases however automated measurements, preferable for industrial purposes are out of the question. The presented relations are sufficient for the measurement purposes but vital problems are the necessary accuracy of measurements of the order of 0.1 ns and the problem of weakly mathematically conditioned at least some of the elastic constants. The necessary accuracy with some difficulty can be finally obtained, but the method of calculation exceeds classical means and requires some special know-how and for industrial reasons will not be presented here.

Keywords: ultrasonic measurements, elastic waves, elastic constants, immersion method, anisotropy, automatic measurements

WSTĘP

Spośród szybkich i dokładnych metod pomiarów stałych sprężystości materiałów, w szczególności nadających się do pomiarów automatycznych, metoda przechodzącej fali ultradźwiękowej jest chyba najbardziej, po metodach tensometrycznych, popularna i dokładna. Opiera się ona na kilku zjawiskach fizycznych, stosunkowo dobrze poznanych, lecz mimo to często prowadzących do trudności technicznych do tego stopnia, że do 1990 roku jedynie kilka ośrodków badawczych na świecie stosowało ją użytkowo. Pierwszym poważniejszym ograniczeniem jest wymaganie, aby fala ultradźwiękowa była generowana w ośrodku ciekłym, w któ-

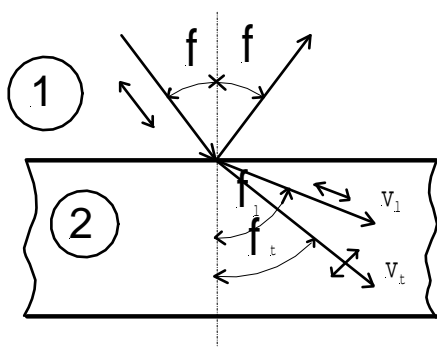
rym zanurzona jest badana próbka. Próby pomiarów metodami kontaktowymi, bez zanurzania próbek, niestety nie nadają się do ich automatyzacji.

POWSTAWIANIE FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

W przypadku stosowania metody zanurzeniowej, ze względu na powstawanie jedynie pomijalnie małej fali poprzecznej w płynach, jedyną metodą wymuszania fali są zjawiska załamania fal na granicy ośrodków oraz

¹ prof. dr hab. inż.

powstawania związanych z tym fal poprzecznych. Fala podłużna W , biegnąca pod kątem φ do normalnej do powierzchni podziału w ośrodku ciekłym 1, przechodząc do drugiego ośrodka 2 załamuje się i biegnie dalej pod kątem φ do normalnej (rys. 1). Jednocześnie powstaje na granicy ośrodków nowa fala poprzeczna P , biegnąca pod nowym kątem φ do normalnej. Pomiar prędkości rozchodzenia się tych fal umożliwia wyznaczenie stałych sprężystości ośrodka 2.



Rys. 1 / Fig. 1

WYZNACZANIE KĄTA ZAŁAMANIA FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

Pomiędzy prędkościami fal ultradźwiękowych zachodzą, wynikające bezpośrednio z twierdzenia sinusów, związki [1], wiążące prędkości poszczególnych fal i ich kątów załamania

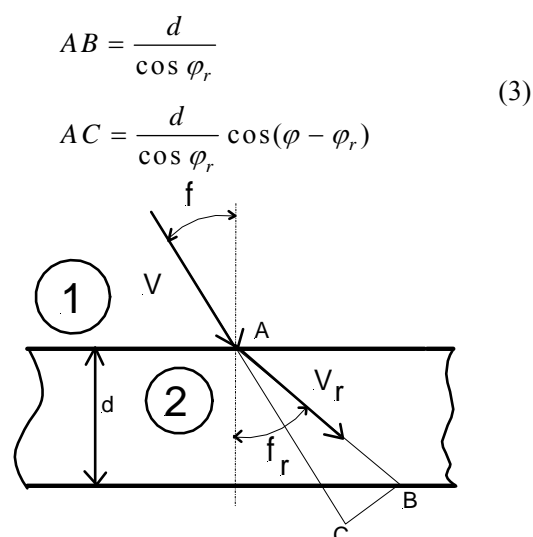
$$\frac{v_w}{\sin \varphi} = \frac{v_l}{\sin \varphi_l} = \frac{v_t}{\sin \varphi_t} \quad (1)$$

Wynika z tego, że znając prędkość rozchodzenia się dźwięku w ośrodku 1 i zadając kąt padania φ , można na podstawie równań (1) wyznaczyć prędkości rozchodzenia się dźwięku w ośrodku 2. Aby tego dokonać, stosuje się zazwyczaj rozumowanie zaproponowane przez Markhama [2]. Fala (podłużna lub poprzeczna) powstająca w ośrodku 2 w wyniku załamania fali (podłużnej), działającej pod kątem ϑ w ośrodku 1, powoduje zmianę jej drogi, co pozwala wyznaczyć różnicę czasu przejścia fali od nadajnika do odbiornika o wielkość

$$\Delta t = \frac{AB}{v_s} - \frac{AC}{v_w} \quad (2)$$

gdzie v_s to prędkość fali w próbce, a v_w - prędkość fali w ośrodku ciekłym. AB i AC oznaczone są na rysunku 2.

Z prostych związków geometrycznych można znaleźć:



Rys. 2 / Fig. 2

Podstawiając (3) do (2), otrzymuje się

$$\frac{\Delta t \cdot v_w}{d} = \frac{1}{\cos \varphi_r} \cos(\varphi - \varphi_r) - \frac{v_w}{v_s} \frac{1}{\cos \varphi_r} \quad (4)$$

Zależność (1) w badanym przypadku można zapisać w postaci

$$v_s = v_w \frac{\sin \varphi_r}{\sin \varphi} \quad (5)$$

skąd, po podstawieniu do (4), znajduje się

$$\cos \varphi - \frac{\Delta t \cdot v_w}{d} = \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_r \cos \varphi_r} (1 - \sin^2 \varphi_r) \quad (6)$$

Jeżeli teraz wprowadzić oznaczenie

$$q = \frac{\Delta t \cdot v_w}{d} \quad (7)$$

wówczas otrzymuje się na podstawie (6) ostatecznie kąt załamania jako

$$\operatorname{tg} \varphi_r = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi - q} \quad (8)$$

Wykorzystując znaną zależność trygonometryczną

$$\sin \varphi_r = \frac{\operatorname{tg} \varphi_r}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_r}}$$

i podstawiając (8), można napisać

$$\frac{\sin \varphi_r}{\sin \varphi} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}} \quad (9)$$

co, przy wykorzystaniu (5), prowadzi do końcowego związku

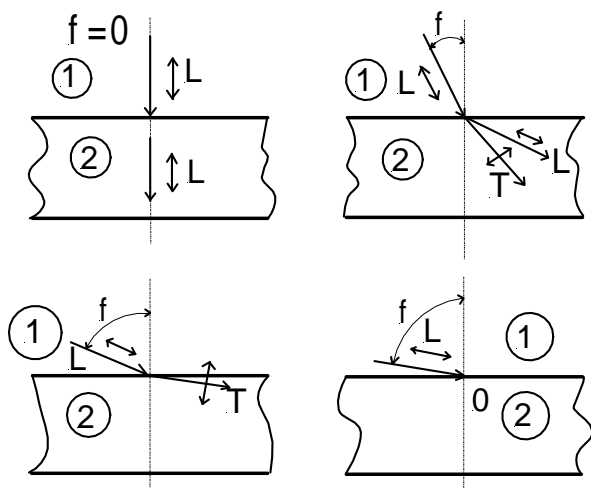
$$v_s = \frac{v_w}{\sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}} \quad (10)$$

Zatem, mając kąt padania φ oraz wyznaczając q według (7), można znaleźć zarówno prędkość fali ultradźwiękowej, jak też kąt załamania.

SEGREGACJA FAL W ZALEŻNOŚCI OD KĄTA PADANIA

Wykorzystując (10) oraz rysunek 1, można naszkicować różne przypadki powstawania fal w zależności od kąta padania, przy stosowaniu metody zanurzeniowej (rys. 3). Jak widać, w zależności od wielkości kąta padania φ można otrzymać wzbudzenie:

- jednej fali podłużnej,
- fali podłużnej i poprzecznej,
- jedynie fali poprzecznej,
- brak fal (powstaje jedynie fala powierzchniowa).



Rys. 3 / Fig. 3

Jak z tego wynika, ponieważ kąt załamania fali ultradźwiękowej zależy od właściwości fizycznych materiału, przed przystąpieniem do badań należy doświadczalnie dobrać wielkości kątów padania. Zatem, przed projektowaniem układu pomiarów automatycznych należy przeprowadzić dość wszechstronne badania w celu ustalenia podstawowych parametrów.

DOBÓR CZĘSTOŚCI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

W ruchu falowym obowiązuje zasada Huygensa, w związku z czym dla uznania w pomiarach ośrodka za jednorodny należy przestrzegać, aby długość fali była znacznie większa od rozróżnialnych elementów struktury

materiału. Z drugiej strony, aby próbka w przybliżeniu zachowywała się jak ciało nieograniczone, należy zapewnić, aby długość fali była znacznie mniejsza od wymiarów próbki. W praktyce częstość fal ultradźwiękowych f wyznacza się z nierówności [3]

$$\frac{c}{4l_s} < f < \frac{c}{6l_k}$$

Przy stosowanych powszechnie próbkach o grubości $l_s > 3$ mm oraz badaniu kompozytów i laminatów włóknistych przyjmuje się

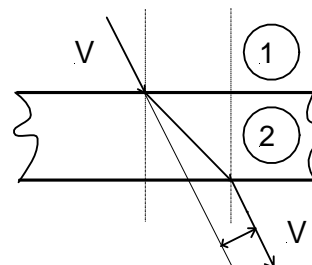
$$5 \text{ MHz} \leq f \leq 10 \text{ MHz} \quad (11)$$

DOBÓR OŚRODKA I CZUJNIKÓW

Biorąc pod uwagę, że prędkość rozchodzenia się dźwięku w wodzie jest silnie zależna od temperatury, w celu osłabienia tej zależności stosuje się zazwyczaj roztwór

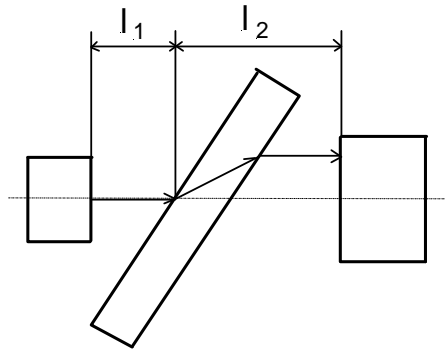
$$10\% \text{ vol. } C_2H_5OH + 90\% \text{ vol. } H_2O$$

zapewniający stałą prędkość rozchodzenia się dźwięku w roztworze w temperaturach $18 \div 23^\circ C$. Przy zmianie kąta padania fal na materiał pomiarowy ulega przesunięciu fala przechodząca, jak to pokazano na rysunku 4.



Rys. 4 / Fig. 4

W celu uniknięcia nawet częściowego przesunięcia fali przechodzącej poza czujnik odbiorczy stosuje się mniejszą średnicę głowicy nadawczej, czyli $10 \div 12$ mm, podczas gdy głowica odbiorcza jest zazwyczaj większa i ma średnicę $20 \div 25$ mm, jak to przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5 / Fig. 5

Zazwyczaj też, choć, jak się wydaje, jest to mniej istotne [4], dobiera się odległości l_1 i l_2 tak, aby uzyskać możliwie najsilniejszy sygnał. W praktyce przyjmuje się $l_1 + l_2 = 15 \div 20$ cm.

DOBÓR KĄTA PADANIA FALI ULTRADŹWIĘKOWEJ

Badania przeprowadzone w pracy doktorskiej [4] wykazały, że jedynie pewne kąty padania fali ultradźwiękowej nie prowadzą do błędów pomiarowych. Pominięcie tego zjawiska, tłumaczonego zazwyczaj wpływem rozbieżności strumienia fal ultradźwiękowych, może doprowadzić do błędów rzędu 10%, podczas gdy zazwyczaj metody ultradźwiękowe dają błędy rzędu od 3 do 5%. W praktyce, przy próbkach o grubości $g \geq 3$ mm, należy stosować następujące kąty padania fali:

- dla fal podłużnych

$$0 \leq \varphi \leq 40^\circ \quad (12)$$

- dla fal poprzecznych

$$40^\circ \leq \varphi \leq 70^\circ \quad (13)$$

W przeciwnym przypadku można zauważyć wpływ zarówno grubości próbki, jak i częstości na wyniki pomiarów.

RÓWNANIA ROZCHODZENIA SIĘ FAL W OŚRODKACH ORTOTROPOWYCH

Badaniu będą podlegały fale o charakterze harmonicznym, gdyż wpływ kształtu fali w przypadku zjawisk liniowych jest nieistotny. Po wprowadzeniu do równań równowagi

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (14)$$

związków konstytutywnych ciał anizotropowych

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (15)$$

oraz związków geometrycznych Cauchy'ego

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (16)$$

otrzymuje się (podstawiając (16) do (15)) wyrażenie

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} C_{ijkl} u_{k,l} + \frac{1}{2} C_{ijlk} u_{l,k} = C_{ijkl} u_{k,l}$$

które prowadzi do równań równowagi wyrażonych przez przemieszczenia

$$C_{ijkl} u_{k,jl} = \rho \ddot{u}_i \quad (17)$$

W przypadku harmonicznego ruchu falowego przemieszczeń u_i można oczekiwać w postaci

$$u_i = A \alpha_i e^{i(k_m x_m - \omega t)} \quad (18)$$

gdzie α_i określają kierunki ruchu, ω - częstość kołową, a k_m - składową wektora falowego, czyli

$$k_m = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_m = k n_m \quad (19)$$

gdzie λ jest długością fali, a n_m - kosinusem kierunkowym normalnej do fali. Prędkość fali można wówczas zdefiniować jako

$$c = \frac{\omega}{k} \quad (20)$$

i zapisać (18) w postaci

$$u_i = A \alpha_i e^{ik(n_m x_m - ct)} \quad (21)$$

Po podstawieniu (21) do (17) znajduje się

$$C_{ijkl} n_l n_j \alpha_k = \rho c^2 \alpha_i$$

co można też przedstawić w postaci

$$(C_{ijkl} n_l n_j - \rho c^2 \delta_{ik}) \alpha_k = 0 \quad (22)$$

Jednorodny układ równań (22) będzie miał niezerowe rozwiązania α_k , jeśli

$$\det(C_{ijkl} n_l n_j - \rho c^2 \delta_{ik}) \alpha_k = 0 \quad (23)$$

Zapis ten jest jednak mało wygodny i zamiast tego można zaproponować macierz

$$\lambda_{ik} = C_{ijkl} n_l n_j \quad (24)$$

za pomocą której wzór (23) sprowadza się do

$$\det(\lambda_{ik} - \rho c^2 \delta_{ik}) = 0 \quad (25)$$

lub w postaci jawnej

$$\begin{vmatrix} \lambda_{11} - \rho c^2 & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} - \rho c^2 & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} - \rho c^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (26)$$

Po znalezieniu wartości własnych ρc_1^2 , ρc_2^2 i ρc_3^2 poszukiwane kosinusy kierunkowe α_i znajduje się z układu równań:

$$\begin{aligned} (\lambda_{ik} - \rho c^2 \delta_{ik}) \alpha_k &= 0 \\ \alpha_i \alpha_i - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Przechodząc do ortotropii, można zauważyć, że macierz tensora sztywności w osiach głównych materiału ma postać:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \quad (28)$$

gdzie wprowadzono dla prostoty zapis skrócony. W takim przypadku można w sposób jawny wyrazić macierz λ_{ik} jako:

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= C_{11}n_1^2 + C_{66}n_2^2 + C_{55}n_3^2 \\ \lambda_{22} &= C_{66}n_1^2 + C_{22}n_2^2 + C_{44}n_3^2 \\ \lambda_{33} &= C_{55}n_1^2 + C_{44}n_2^2 + C_{33}n_3^2 \\ \lambda_{12} &= (C_{12} + C_{66})n_1n_2 \\ \lambda_{23} &= (C_{23} + C_{44})n_2n_3 \\ \lambda_{31} &= (C_{55} + C_{13})n_3n_1 \end{aligned} \quad (29)$$

i zauważyć, że macierz ta jest symetryczna. Równanie (26) można teraz zapisać w postaci

$$\begin{aligned} (\lambda_{11} - \rho c^2)(\lambda_{22} - \rho c^2)(\lambda_{33} - \rho c^2) - (\lambda_{11} - \rho c^2)\lambda_{23}^2 - \\ - (\lambda_{22} - \rho c^2)\lambda_{31}^2 - (\lambda_{33} - \rho c^2)\lambda_{12}^2 + 2\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{31} = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

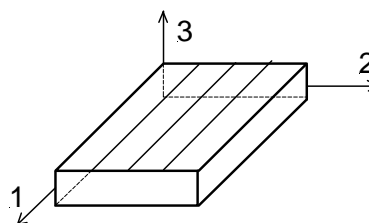
i w połączeniu z (29) oraz wynikami pomiarów prędkości c mieć nadzieję na wyznaczenie stałych materiałowych.

Problemem jednak jest, z punktu widzenia matematyki, słabe określenie zagadnienia, co stanowi z jednej strony właściwe „know-how” sposobu wykorzystania tych zależności, a z drugiej strony może być przedmiotem dalszych badań.

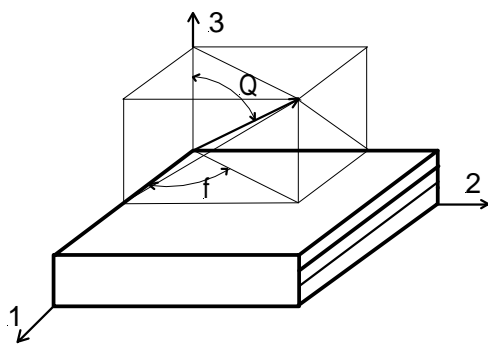
REALIZACJA TECHNICZNA

W dotychczasowych, nielicznych, rozwiązaniach technicznych, np. [5], przyjmowano zazwyczaj rozwiązanie w taki sposób, aby jeden z kosinusów kierunkowych w wyrażeniach (29) był równy zeru, czyli aby fala ultradźwiękowa przebiegała w jednej z głównych płaszczyzn materiału. Upraszcza to w znaczny sposób obliczenia. Jednak w przypadku takim w jednym zamocowaniu próbki nie udaje się wyznaczyć wszystkich stałych materiałowych i dopiero wycięcie trzech próbek w trzech głównych płaszczyznach materiału pozwala, w trzech kolejnych zamocowaniach, wyznaczyć potrzebne stałe. Niestety, w większości przypadków kompozytów i laminatów polimerowych używa się na konstrukcje powłokowe i z tego względu właściwie dostępna jest tylko jedna płaszczyzna, jak to przedstawiono na rysunku 6. Grubość powłoki nie jest wystarczająca do wycięcia próbek w płaszczyznach 1-3 lub 2-3. Powstaje więc problem realizacji technicznej, który prawdopodobnie da się rozwiązać, przynajmniej częściowo, na drodze doświadczalnej. W tym celu proponuje się następujące rozwiązanie, które przed realizacją będzie musiało przejść sprawdzenie doświadczone koncepcji. Rozważa się schemat przedstawiony na rysunku 7. Wektor fali ultradźwiękowej jest nachylony pod stałym kątem Θ , uprzednio poprawionym za pomocą zależności (8), do płaszczyzny 1-2 laminatu czy kompozytu. Obrót tej płaszczyzny o kąt φ powoduje nachylenie wektora fali ultradźwiękowej do osi głównych materiału, określone kosinusami kierunkowymi osi głównych materiału. Dotychczasowe doświadczenia i ostrzeżenia w literaturze tematu przestrzegają przed błędami obliczeniowymi przy stosowaniu osi dowolnych:

$$\begin{aligned} n_1 &= \sin \Theta \cos \varphi \\ n_2 &= \sin \Theta \sin \varphi \\ n_3 &= \cos \Theta \end{aligned} \quad (31)$$



Rys. 6 / Fig. 6



Rys. 7 / Fig. 7

Można więc myśleć o automatycznym układzie pomiarowym, w którym fala ultradźwiękowa byłaby wysyłana pod stałym kątem θ do osi obrotu próbki, obracającej się wokół głównej osi materiałowej 3. Pomiarowi podlegałaby prędkość rozchodzenia się dźwięku, poprawiona wzorem (10), natomiast do obliczeń zostałoby wykorzystane równanie (30) z uwzględnieniem (29) i (31). Z uwagi na praktycznie dowolną liczbę pomiarów prędkości rozchodzenia się fali odpowiednio dobrana technika numeryczna powinna umożliwić wyznaczenie wszystkich sześciu wartości λ_{ik} , a co za tym idzie i sześciu wartości C_{ik} .

ZAKOŃCZENIE

Mimo względnej prostoty koncepcji pomiarowej i obróbki wyników takich pomiarów wiele problemów wyłania się dopiero w trakcie realizacji. Dotyczy to zarówno samej realizacji technicznej, jak też istotnych trudności matematycznych występujących przy obróbce danych doświadczalnych, jak np. niestabilność numeryczna rozwiązań. Z tego powodu, bez sprawdzenia proponowanych rozwiązań przy podejmowaniu własnych badań, do czasu uzyskania odpowiedzi doświadczalnych i obliczeniowych na niektóre z wymienionych problemów nie wydaje się celowe proponowanie większych zmian metod pomiarowych i aktualnie niezbędnych inwestycji aparaturowych. Można jednak uznać, że sprawy budowy odpowiedniej aparatury mogą zająć znacznie więcej czasu niż opracowanie niezbędnych

algorytmów, ustalenie sekwencji pomiarów i wykonanie projektu technicznego. Wreszcie, mimo znacznej poprawy w stosunku do lat ubiegłych w dostępności elementów elektronicznych, w przypadku wyspecjalizowanego sprzętu mogą wystąpić poważne trudności i opóźnienia, co należy też wziąć pod uwagę.

LITERATURA

- [1] Musgrave M.J.P., On the propagation of elastic waves in aelotropic media, Proc. Roy. Soc. 1954, A226, 339.
- [2] Markham M.F., Measurement of elastic constants by the ultrasonic pulse method, Composites 1970, 1, 145.
- [3] Schlengermann U., The Krautkramer Branson Booklet, Krautkramer Branson, Pensylwania 1980.
- [4] Lord D., The Determination of the Elastic Constants of Fibre Reinforced Composites by an Ultrasonic Method, Doctors Thesis, University of Leeds 1989.
- [5] Read B.E., Dean G.D., The Determination of Dynamic Properties of Polymers and Composites, Adam Hilger Ltd., Bristol 1978.

Recenzent
Władysław Orłowicz