

Dariusz Golański¹

Politechnika Warszawska, Instytut Technologii Materiałowych, ul. Narbutta 85, 02-524 Warszawa

MODELOWANIE NAPRĘŻEŃ WŁASNYCH W KOMPOZYTACH MMC Z WYKORZYSTANIEM METODY HOMOGENIZACJI I TECHNIKI CYFROWEJ OBRÓBKI OBRAZU

Przedstawiono możliwości modelowania naprężeń wewnętrznych w kompozytach MMC, wykorzystując metodę homogenizacji. Opisano schemat postępowania podczas modelowania naprężeń własnych w strukturze kompozytu WC-stellit. Zastosowana technika modelowania intensywnie wykorzystuje technikę cyfrowej obróbki obrazu oraz metodę elementów skończonych, dzięki czemu umożliwia analizę naprężeń w rzeczywistych strukturach materiałów wielofazowych.

MODELLING OF THERMAL RESIDUAL STRESSES IN MMC COMPOSITES WITH THE APPLICATION OF THE HOMOGENIZATION METHOD AND DIGITAL IMAGE-BASED TECHNIQUE

The homogenization method has been utilized with the help of digital image-based technique to analyze the local stress field in the unit cells of metal matrix composite surface layers. The matrix was a nickel-based stellite superalloy with tungsten carbide particulate inclusions.

The theory of homogenization concerns statistically homogeneous or periodic composite media of domain Ω^ε and the representative volume element (RVE) occupying a microscopic region V with characteristic length ε . Identifying the size of the RVE with ε , we introduce two different scales: first is a macroscopic scale denoted by x , in the domain Ω^ε at which the heterogeneities are invisible and the other one is a microscopic one denoted by $y = x/\varepsilon$ which enlarges the RVE region by ε such that $V = \varepsilon Y$. Thus, the superscripts introduced in variables indicate their orders as well as the dependency on both x and/or y (Fig. 1). According to the principle of minimum total potential energy for equilibrium, the displacement u^ε is the solution of the variational problem defined in the domain Ω^ε (eqn.1). With the help of two-scale asymptotic expansion method (4), the theory asserts that if the selected RVE is periodic and infinitesimally small, the actual displacement, u^ε , tends to the homogenized one, u^0 , which is the solution of the macroscopic equations whose coefficients have been homogenized (eqn. 3). Once the macroscopic displacement u^0 and ΔT are obtained in the macroscopic region, these values are localized to give the micro-mechanical response of the unit cell. Therefore, the microscopic stress is defined by eqn. (7).

Digital image-based (DIB) technique is used to catch and manipulate the image of composite microstructures (unit cells) so that they could be analyzed by the homogenization method. Also, this technique is very helpful for preparing the images of composite unit cells to some other additional processing like generation of 3D structures or changing volume fraction of inclusions. The main procedure of preparation the unit cell of a composite microstructure can be divided into the following four major stages: capture and sampling, selecting and thresholding, exporting, stacking (Fig. 2).

The WC-stellite surface layers shown in Figure 3a has been used for calculation of microscopic residual stresses. After the microstructure of the WC-stellite composite has been scanned into computer memory and converted into digital unit cell (Fig. 3b) the homogenization method was used to obtain the effective composite properties dependent on the properties of its constituents and their volume fraction. This was done for the selected unit cell taken from the microstructure of composite (Fig. 3b). Next, the global structure was defined to compose the substrate material covered with a composite surface layer having uniform homogenized properties (Fig. 4). Then, the standard finite element method was applied to solve for the displacement and stress field in the macroscopic scale (global structure). The last step utilizes calculated global displacement field taken for the selected unit cell from the composite's global structure to compute the microscale (local) stress distribution for composite microstructure represented by the selected unit cell.

The results of calculations are shown in Figure 5 where principal σ_{11} and effective Mises σ_H stress distribution in the analyzed WC-stellite composite unit cell are presented.

The applied techniques presented in this paper can be seen to be the adequate tool to compare the local stress state in the metal matrix composites with hard inclusions, as well as to obtain the homogenized composite properties. We shall emphasize, that this kind of analysis is very unique as it allows the real microstructures of composite materials to be analyzed.

WSTĘP

Badania stanu naprężeń w kompozytach napotykają wiele trudności związanych z występowaniem różnych faz w jednym materiale. W celu określenia stanu na-

prężeń szeroko rozwinęły się metody analityczne i numeryczne. Spośród modeli analitycznych najbardziej rozpowszechniły się modele oparte na „regule mieszanin”, „shear lag model” czy też model Eshelby'ego [1].

¹dr inż.

Metody numerycz ε oparte są głównie na wykorzystaniu metody elementów skończonych, gdzie analizowany model przedstawia zazwyczaj niewielki obszar struktury kompozytu, w którym w idealizowane wzmocnienia są równomiernie rozłożone w osnowie. Jednakże rzeczywiste mikrostruktury kompozytów charakteryzują się nierównomiernie rozłożonymi fazami wzmocniającymi w osnowie. W takim układzie wyznaczenie naprężeń w skali mikroskopowej jest bardzo trudne z użyciem wymienionych metod. Aby wyznaczyć stan naprężenia w rzeczywistości przypadkowo rozmieszczonych fazach wzmocniających osnowy, inne bardziej wyrafinowane metody muszą być zastosowane.

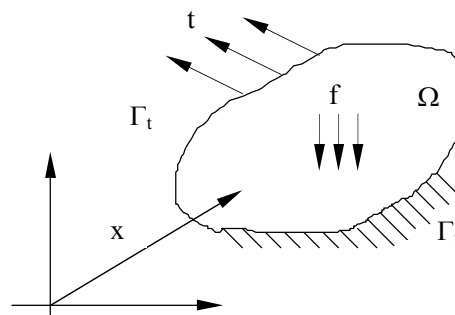
Jedną z bardziej obiecujących i zaawansowanych technik jest metoda homogenizacji, która umożliwia wyznaczenie stanu naprężeń w kompozycie zarówno w skali mikro, jak i makro, opierając się na rygorystycznej matematycznej teorii, która umożliwia opis zagadnienia brzegowego w skali lokalnej i globalnej przy wykorzystaniu metody asymptotycznego rozwinięcia, jeśli wprowadzone zostaną periodyczne warunki brzegowe dla tzw. komórki reprezentatywnej [2]. Zakładamy więc, że wybrana struktura kompozytowa jest statystycznie jednorodna i periodyczna tak, że metoda asymptotycznej homogenizacji może zostać zastosowana, jeśli komórka reprezentatywna jest wystarczająco duża. Z drugiej strony metoda homogenizacji wymaga zastosowania również pewnego rodzaju metod numerycznych, jak np. metody elementów skończonych. Aby obliczenia przeprowadzone były w sposób efektywny, istotnego znaczenia nabiera właściwe modelowanie geometrii mikrostruktury kompozytu, której morfologia ma mniej lub bardziej przypadkową naturę. Aby w pełni ująć wpływ geometrii mikrostruktury kompozytu, należy zastosować odpowiednią technikę, która w połączeniu z metodą homogenizacji umożliwi wyznaczenie ilościowych i jakościowych charakterystyk makro- i mikromechanicznego zachowania się kompozytu. W tym celu zastosowano nowatorską metodę, która opiera się na technice cyfrowej obróbki obrazu i będzie przedstawiona szerzej w niniejszej pracy.

METODA HOMOGENIZACJI

Tzw. metoda asymptotycznej homogenizacji dotyczy obiektów, których mikrostruktura obejmuje ustalony obszar o charakterystycznej długości ε wyznaczającej niejednorodność (rys. 1). Oznaczając przez ε wielkość komórki reprezentatywnej, wprowadzamy dwie skale: skalę makro oznaczoną przez x w dziedzinie Ω^ε , w której niejednorodności są niezauważalne, oraz skalę mikro oznaczoną jako $y = x/\varepsilon$, która powiększa element reprezentatywny o wartość ε tak, że $V = \varepsilon Y$.

a)

b)



Rys. 1. Założenia wyjściowe w metodzie homogenizacji: a) schemat komórki reprezentacyjnej kompozytu, b) analizowane zagadnienie

Fig. 1. Initial assumptions in the homogenization method: a) representation of the unit cell, b) analysed configuration

Niech na strukturę oddziałują siły powierzchniowe \bar{t} oraz zdefiniowane jednorodne warunki brzegowe w postaci przemieszczeń na Γ_t i na Γ_u przy założonym przyroście temperatury ΔT . Zgodnie z zasadą zachowania minimum całkowitej energii potencjalnej, przemieszczenie u^ε jest rozwiązaniem zagadnienia wariacyjnego zdefiniowanego w dziedzinie Ω^ε

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^\varepsilon} \varepsilon(v^\varepsilon) : D^\varepsilon(x) : \varepsilon(u^\varepsilon) dx = \\ = \int_{\Omega^\varepsilon} (\Delta T \varepsilon(v^\varepsilon) : D^\varepsilon : \alpha^\varepsilon + b^\varepsilon \cdot v^\varepsilon) dx + \\ + \int_{\Gamma_t} \hat{t}(x) \cdot v^\varepsilon dx, \quad \forall v^\varepsilon \end{aligned} \quad (1)$$

z równaniem konstytucyjnym

$$\begin{aligned} \sigma^\varepsilon &= D^\varepsilon(x) : (\varepsilon(u^\varepsilon) - \Delta T \alpha^\varepsilon(x)) = \\ &= D^\varepsilon(x) : \varepsilon(u^\varepsilon) - \Delta T \beta^\varepsilon(x) \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: v^ε - przemieszczenie wirtualne, $b^\varepsilon(x)$ - siły masowe, $D^\varepsilon(x)$ - tensor sprężystości, $\alpha^\varepsilon(x)$ - współczynnik rozszerzalności cieplnej, $\beta^\varepsilon = \alpha^\varepsilon : \alpha^\varepsilon$.

Teoria zakłada, że jeśli wybrany reprezentatywny element jest nieskończenie mały, to rzeczywiste przemieszczenie u^ε dąży do zhomogenizowanego przemieszczenia u^0 , które jest rozwiązaniem poniższych równań makroskopowych, których współczynniki zostały zhomogenizowane

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \varepsilon_x(v) : D^H : \varepsilon_x(u^0) dx = \int_{\Omega} \Delta T \varepsilon_x(v) : D^H : \alpha^H dx + \\ + \int_{\Omega} b^H \cdot v dx + \int_{\Gamma_t} t \cdot v d\Gamma, \quad \forall v \end{aligned} \quad (3)$$

a Y - periodyczne, charakterystyczne funkcje χ^{kh} i ψ są wyznaczone z następujących makroskopowych równań:

$$\int_Y \varepsilon_y(w) : D : \varepsilon_y(\chi^{kh}) dy = \int_Y D : \varepsilon_y(w) dy \quad (4)$$

$\forall w; Y$ periodyczne

$$\int_Y \varepsilon_y(w) : D : \varepsilon_y(\psi) dy = \int_Y \beta : \varepsilon_y(w) dy \quad (5)$$

$\forall w; Y$ periodyczne

gdzie $\varepsilon_\gamma = 1/2(\nu \nabla_\gamma + \nabla_\gamma \nu)$, ($\gamma = x$ lub y), a zhomogenizowane wielkości w równaniu (3) wyznaczone są poprzez uśrednienie w elemencie reprezentatywnym

$$D^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y D : s dy, \quad \beta^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y (\beta - D : \varepsilon_y(\psi)) dy$$

oraz

$$b^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y b dy \quad (6)$$

Również zdefiniowany został tensor lokalizacji jako $S_{ij}^{kh} = I_{ij}^{kh} - \varepsilon_{y,ij}(\chi^{kh})$, gdzie I_{ij}^{kh} jest tensorem czwartego rzędu.

Gdy przemieszczenie makroskopowe u^0 oraz ΔT jest już wyznaczone w skali makroskopowej, to wartości te są następnie lokalizowane tak, aby można było otrzymać wyniki w obrębie elementu reprezentatywnego. Zatem naprężenie w skali mikro jest zdefiniowane następująco:

$$\sigma^0(y) = [D(y) : s(y)] : \varepsilon_x(u^0) - \Delta T(\beta(y) - \varepsilon_y(\psi)) \quad (7)$$

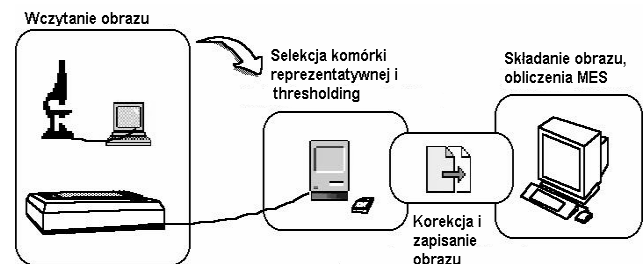
Z drugiej strony wielkości makroskopowe obliczane są poprzez uśrednianie dla elementu reprezentatywnego w dziedzinie Y . Aby odkształcenie makroskopowe $\varepsilon_x(u^0)$ było uśrednieniem odkształcenia mikroskopowego ε^0 , to przemieszczenie mikroskopowe w^1 powinno być periodyczne, a zatem także i funkcje charakterystyczne χ^{kh} i ψ .

W ten sposób efektywne własności kompozytu mogą być wyznaczone na podstawie charakterystyk mikromechanicznych, a mikromechaniczne zachowanie się kompozytu wyznaczyć można poprzez lokalizację globalnego zachowania się struktury do elementu reprezentatywnego. Procesy te nazywa się odpowiednio: homogenizacja i lokalizacja. Z uwagi na brak miejsca niektóre kroki z procesu formułowania zagadnienia, jak i wyjaśnienia zostały pominięte, ponieważ nie są one istotne w prezentowanej pracy. Bardziej szczegółowy opis metody homogenizacji można znaleźć w literaturze, np. [3].

MODELOWANIE GEOMETRII ELEMENTU REPREZENTATYWNEGO METODĄ CYFROWEJ OBRÓBKII OBRAZU

Technika cyfrowej obróbki obrazu użyta została do wczytania oraz manipulacji obrazu mikrostruktury kompozytu (komórki reprezentatywnej) tak, aby mógł on być analizowany za pomocą metody homogenizacji. Technika ta jest również pomocna przy przygotowywaniu obrazów komórek reprezentatywnych struktury kompozytu do dalszego przetwarzania, jak np. generacja struktur 3-wymiarowych czy zmiana udziału procentowego wzmocnienia w osnowie. Podstawowa procedura przygotowania komórki reprezentatywnej mikrostruktury kompozytu została podzielona na cztery główne etapy (rys. 2):

1. Wczytanie obrazu - obraz mikrostruktury kompozytu musi być przetworzony przez sensor optyczny, który powinien być odpowiednio dobrany. Zakładamy, że proces ten wykonany będzie za pomocą skanera o wysokiej rozdzielczości.
2. Wyselekcjonowanie elementu reprezentatywnego oraz thresholding - są to najważniejsze operacje, w których określamy rozmiar elementu reprezentatywnego, jego odpowiedni model elementów skończonych oraz konfigurację mikrostruktury. Poprzez określenie wartości progowej (threshold) określimy bieżącą morfologię mikrostruktury, jak: kształt wtrąceń, udział procentowy itp.
3. Zapisanie obrazu (i ewentualnie korekta obrazu) - binarny obraz elementu reprezentatywnego zapisany zostaje w zbiorze ASCII i przesłany na platformę systemu UNIX tak, aby program komputerowy mógł wczytać dane. W zależności od naszych wymagań obraz może być poddawany korekcie, np. poprzez zmianę liczby pixeli możemy wpływać na wielkość udziału procentowego wzmocnienia.
4. Składanie - przed lub w trakcie analizy MES uzyskany obraz komórki reprezentatywnej może być tak złożony, aby uzyskać trójwymiarową strukturę elementu reprezentacyjnego.



Rys. 2. Schemat postępowania przy przygotowywaniu komórki reprezentatywnej kompozytu do analizy naprężeń w kompozycie

Fig. 2. The procedure of the unit cell generation for the composite stress analysis using the homogenization method

Podczas gdy pierwsze trzy etapy związane są z operacjami preprocesingu MES, to ostatni etap zawiera część główną oraz postprocessing MES zastosowanej metody homogenizacji.

Aby utworzyć strukturę trójwymiarową modelu MES, należy otrzymane w pierwszych trzech etapach płaskie obrazy mikrostruktury połączyć ze sobą. Jeśli więc posiadamy zdjęcia kolejnych przekrojów mikrostruktury kompozytu, to po procesie składania otrzymujemy rzeczywisty trójwymiarowy model tej struktury.

Zastosowana metoda cyfrowej obróbki obrazów w pełni wykorzystuje zarówno sprzętowe, jak i programowe możliwości przetwarzania obrazów. Dla naszych potrzeb proces zmiany udziału procentowego wzmocnienia jest przeprowadzany przez odpowiednie operowanie wartościami pikseli tworzących cyfrowy obraz elementu reprezentacyjnego. Bardziej szczegółowy opis zastosowanej procedury modelowania oraz związanej z nią cyfrowej obróbki obrazów, a także niektóre zastosowania analizy metodą homogenizacji znaleźć można w [4].

MODELOWANIE NAPRĘŻEN W RZECZYWISTEJ STRUKTURZE KOMPOZYTU WC-STELLIT

Do analizy naprężeń własnych zastosowano omawianą metodę homogenizacji, wspomaganą techniką cyfrowej obróbki obrazu, oraz metodę elementów skończonych (MES). Zastosowana metoda homogenizacji umożliwia modelowanie naprężeń własnych w rzeczywistych strukturach kompozytów dla zagadnień sprężystych oraz wykorzystuje zależności naprężeń w układzie globalnym i lokalnym, które przedstawione zostały wcześniej.

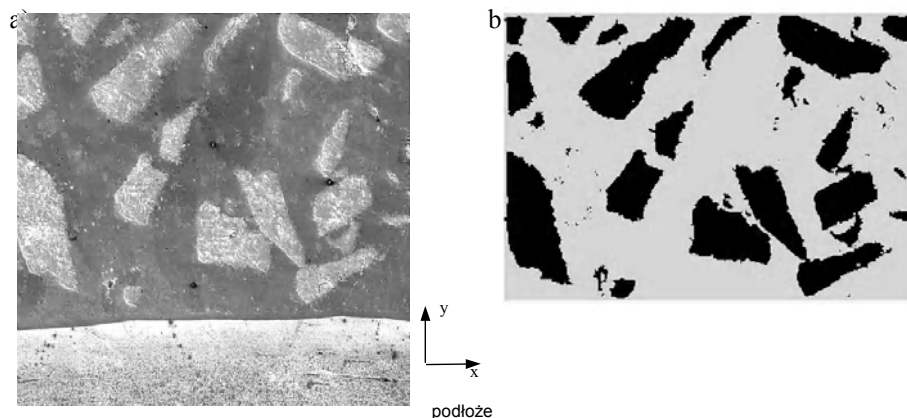
Do wyznaczenia naprężeń własnych w strukturach kompozytowych zastosowano uprzednio omówioną procedurę, polegającą na przygotowaniu mikrofotografii struktury analizowanego kompozytu. Przykładem może

być kompozyt na bazie stellitu niklowego (PMNiCr50P), zawierający ceramiczne wtrącenia w postaci cząstek WC, naniesiony na podłoże ze stali niskostopowej o podwyższonej wytrzymałości typu 18G2A (rys. 3a). Pokazana mikrostruktura kompozytu WC-stellit zawiera ok. 20% (wagowo) węgla wolframu w osnowie. Zaprezentowaną warstwę kompozytu otrzymano w wyniku napawania plazmowego mieszaniny proszków poszczególnych substratów na stalowe podłoże.

Zgodnie z przedstawioną procedurą modelowania (rys. 2), zdjęcie mikrostruktury wczytane zostało do komputera za pomocą skanera. Kolejne operacje na obrazie przeprowadzono za pomocą graficznego programu komputerowego NIH-Image, w którym obraz mikrostruktury przedstawiony był w postaci 256 odcieni szarości. W wyniku wyselekcjonowania elementu reprezentatywnego struktury kompozytu otrzymano komórkę o wymiarach 255x192 pikseli (rys. 3b). Kolejna operacja „thresholdingu” polegała na wyłonieniu obrazu komórki zawierającego piksele należące do jednej z dwóch faz: wzmocnienia (kolor czarny) i osnowy (kolor biały). Dodatkowo zastosowano narzędzia programowej korekcji obrazu w celu wyłonienia struktury dwubarwnej, możliwie najbliższej strukturze wyjściowej kompozytu. Tak przygotowany cyfrowy obraz komórki reprezentatywnej zapisany został w zbiorze tekstowym ASCII o wartościach 0 i 255, reprezentujących piksele osnowy i wzmocnienia.

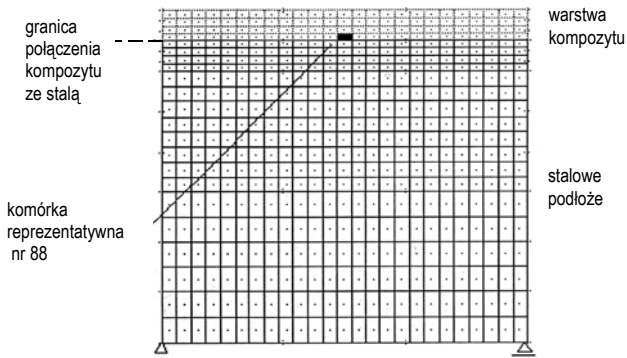
Obliczenia naprężeń własnych przeprowadzono w zakresie liniowej teorii sprężystości. Założono, że naprężenia liczone są w przedziale temperatur 1000÷20°C podczas stygnięcia kompozytu po wprowadzeniu wzmocnienia ceramicznego. Do wyznaczenia map naprężeń własnych oraz wykresów wykorzystano pakiet HYPERMESH 3.1. Obróbkę komputerową struktur kompozytów (digitalizacja, thresholding) przeprowadzono za pomocą programu NIH-Image.

W pierwszym etapie obliczeń zastosowana metoda homogenizacji (pakiet programów opracowany w The University of Michigan, Computational Mechanics Laboratory) umożliwiła wyznaczenie efektywnych własności cieplno-fizycznych (E , ν , α , G) w analizowanej strukturze kompozytu z rysunku 3b. W kolejnym etapie zastosowano klasyczną metodę elementów skończonych w celu określenia pola przemieszczeń dla globalnego układu warstwy kompozytowej o grubości 1 mm naniesionej na stalowe podłoże (rys. 4).



Rys. 3. Zdjęcie mikrostruktury warstwy kompozytowej 20%WC-stellit na stali 18G2A (a) oraz cyfrowy obraz wyselekcjonowanej komórki elementarnej 255×192 pikseli (b)

Fig. 3. The microstructure of 20%WC-stellite composite layer deposited onto 18G2A steel (a) and the digital representation of selected unit cell of this composite (b)

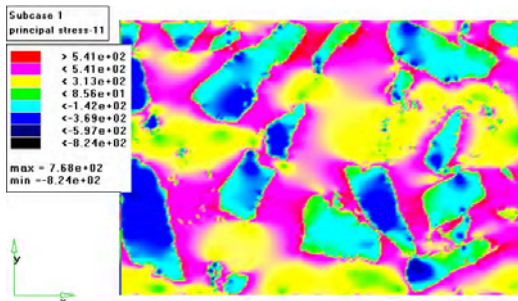


Rys. 4. Model globalny MES dla układu warstwy kompozytowej naniesionej na stalowe podłoże

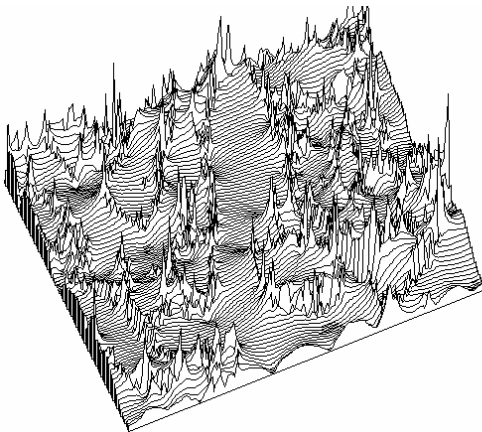
Fig. 4. The global FEM model of composite surface layer deposited onto the steel substrate

W ostatnim kroku obliczeń pole przemieszczeń (wyznaczone z globalnej analizy MES) dla komórki reprezentatywnej leżącej w obszarze przy granicy połączenia z podłożem zostało użyte zgodnie z przedstawioną metodą homogenizacji do wyznaczenia stanu naprężeń własnych w układzie lokalnym analizowanej struktury kompozytu WC-stellit. Obliczenia naprężeń własnych przeprowadzono dla komórki reprezentatywnej nr 88, leżącej najbliższej granicy połączenia kompozytu ze stalą (rys. 4).

a)



b)



Rys. 5. Rozkład naprężenia głównego σ_{11} (a) oraz rozkład naprężenia zredukowanego σ_H (Hubera-Misesa) (b) w kompozycie 20% WC-stellit

Fig. 5. Maximal principal stress σ_{11} (a) and Huber-Mises effective stress σ_H (b) distribution in 20% WC-stellite composite

Na rysunku 5 przedstawiono przykładowe wyniki analizy pokazujące rozkład naprężenia głównego σ_{11} w analizowanej komórce reprezentatywnej kompozytu oraz mapę przestrzenną rozkładu naprężenia zredukowanego σ_H wg hipotezy Hubera-Misesa. Zwraca uwagę występowanie ściskających naprężeń własnych we wzmocnieniach WC, rozciągających naprężeń w metalicznej osnowie oraz znaczącego gradientu naprężenia na granicy osnowa-wzmocnienie. Wysokie bezwzględne wartości obliczonych wielkości wynikają z przyjęcia sprężystego zachowania się badanych materiałów.

PODSUMOWANIE

Metoda homogenizacji w połączeniu z zaawansowaną techniką cyfrowej obróbki obrazu oraz MES stwarza olbrzymie możliwości badawcze zwłaszcza dla struktur kompozytowych opartych na niejednorodnym rozkładzie wzmocnienia w osnowie. Dzięki zastosowaniu rozwiązań w układzie lokalno-globalnym otrzymano wzajemnie powiązane wyniki zarówno w skali mikro-, jak i makroskopowej, czego nie uzyskuje się w typowych obliczeniach opartych na klasycznych modelach MES. Przedstawiony schemat analizy może być zastosowany przy innych rodzajach obciążeń, jak też uwzględniać jednoczesny wpływ innych czynników.

Obecnie metoda ta stosowana jest do analizy w zakresie sprężystym, choć prowadzono już także obliczenia dla modeli w zakresie sprężysto-plastycznym. Na obecnym poziomie symulacji komputerowych wymaga ona jednak bardzo dużej pamięci oraz długiego czasu obliczeń.

Niniejsza praca finansowana była dzięki projektowi Z-KBN K011/T08/2000

(<http://www.inmat.pw.edu.pl/nanomateriały>) oraz The Computational Mechanics Laboratory, The University of Michigan (USA).

LITERATURA

- [1] Whitney J.M., McCullough R.L., Micromechanical Materials Modeling, (w:) Delaware Composites Design Encyclopedia eds J.W. Gillespie, L.A. Carlsson, Technomic Publishing Co. Inc. Lancaster 1990, vol. 2: 99.
- [2] Sanchez-Palencia E., Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Physics 127, Springer Verlag, Berlin 1980.
- [3] Duvaut G., Nuc M., A New Method of Analysis of Composite Structure, Ninth European Rotor Craft Forum, Paper No. 88, Stresa, Italie 1983.
- [4] Golański D., Terada K., Kikuchi N., Macro and micro scale modeling of thermal residual stresses in metal matrix composite surface layers by the homogenization method, Computational Mechanics 1997, 19, 3, 188-203.

Recenzent