

Małgorzata Chwał

Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny, Instytut Konstrukcji Maszyn

ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, Poland

Corresponding author. E-mail: mchwal@pk.edu.pl

Otrzymano (Received) 05.01.2010

MODELOWANIE DRGAŃ W NANORURKACH WĘGLOWYCH

W pracy przedstawiono przegląd podejść stosowanych w analizie częstotliwości drgań własnych jedno- i wielościennych nanorurek węglowych. Modele drgań swobodnych nanorurek podzielono na modele kontinuum, modele oddziaływań oraz modele strukturalne uwzględniające oddziaływania międzyatomowe. Pokazano możliwości zastosowania poszczególnych modeli w celu uzyskania częstotliwości drgań własnych w różnych kierunkach oraz wykorzystanie tych informacji w oszacowaniu efektywnych właściwości sprężystych. Znajomość częstotliwości drgań własnych nanorurek jest szczególnie ważna w przypadku wykorzystania ich w nanoelektronice, nanomaszynach i nanokompozytach. Budowa poprawnych modeli teoretycznych pozwala na szybkie określenie właściwości badanych struktur.

Słowa kluczowe: nanorurki węglowe, częstotliwości drgań własnych, modelowanie

MODELING OF VIBRATIONS IN CARBON NANOTUBES

In the present paper the theoretical modeling of eigenfrequency extraction of single- and multi-walled carbon nanotubes has been described. The knowledge of the vibrational behavior of the carbon nanotubes is very important in the case of possible using them in the nanoelectronics, nanocomposites and nanodevices. Generally, the models have been divided into continuum, atomic and structural-atomic models. In the continuum modeling review a beam and shell models of carbon nanotubes have been analyzed. From the use of the beam model the flexural eigenfrequencies and modes can be obtained whereas from the shell model the radial, axial and circumferential eigenfrequencies and modes can be observed. From the engineering point of view using the atomic models has been not sufficient because of the scale and time limitation and in fact these models have been used only in the short carbon nanotubes analysis. Nowadays in the dynamic analysis of nanostructures the structural-atomic approaches basing on the continuum mechanics and molecular dynamics have been developed. The geometry of nanotube and the interatomic interactions have been taken into account in the structural-atomic models whereas in the continuum models these effects have been neglected. The typical eigenfrequencies of nanotubes are on the level of terahertz values and depends on the boundary conditions. The noncoaxial vibration of multi-wall carbon nanotubes has been emphasized.

Keywords: carbon nanotubes, eigenfrequencies, modeling

WPROWADZENIE

W ostatnich latach, z wykorzystaniem możliwości, jakie daje współczesna technika, dokonano odkrycia kolejnej odmiany alotropowej węgla, a mianowicie fulerenów (kształt kulisty) i nanorurek węglowych (kształt cylindryczny) [1, 2]. Od czasu odkrycia nanorurki węglowe (CNTs) są jedną z najintensywniej badanych struktur węglowych. Szerokie zainteresowanie nanorurkami węglowymi związane jest z ich wyjątkowymi właściwościami mechanicznymi, chemicznymi, elektrycznymi, magnetycznymi i optycznymi, których nie posiada żaden z innych znanych materiałów konstrukcyjnych. Właściwości te zależą od konfiguracji nanorurek i zmieniają się drastycznie w zależności od tego, czy rozważamy nanorurki jedno- (SWCNTs) lub wielościenne (MWCNTs). Aby spełnić coraz większe wymagania stawiane nowoczesnym maszynom, nie wystarczy już korzystanie ze znanych dotychczas mate-

riałów. Konieczny jest dalszy rozwój badań nad nowo poznanymi strukturami, m.in. takimi jak CNTs, oraz możliwościami ich wykorzystania w nowych materiałach kompozytowych. Odkryte w ostatnich latach struktury oferują wiele możliwości zastosowania, jednak ciągle jeszcze znajdują się w fazie rozwoju i wymagają poprawy technologii wytwarzania. Intensywne badania eksperymentalne zmierzające do identyfikacji właściwości mechanicznych i zachowania nanorurek węglowych dotyczą m.in. określenia modułu Younga, modułu Kirchhoffa, wyboczenia i drgań. Przegląd właściwości CNTs można znaleźć m.in. w pracach [1-4]. Zastosowanie CNTs wymaga znajomości wielu właściwości tychże struktur, w tym także częstotliwości drgań własnych i poszczególnych form drgań. Jest to szczególnie ważne w przypadku zastosowania nanorurek w nanomechanicznych urządzeniach, takich jak: czujniki,

oscylatory, nanozegary, których cechą charakterystyczną jest częstotliwość oscylacji. Pomiary drgań pozwalają na szybkie i dokładne scharakteryzowanie właściwości mechanicznych badanych nanostruktur i nanokompozytów. Wykazano [5], iż częstotliwości drgań własnych można wykorzystać do określenia modułów sprężystości i współczynników tłumienia dla nanorurek węglowych i ich nanokompozytów.

W pracy zaprezentowano przegląd podejść teoretycznych wykorzystywanych w analizie drgań swobodnych jedno- i wielościennych nanorurek węglowych. W poszczególnych rozdziałach scharakteryzowano modele kontinuum, modele oddziaływań międzyatomowych i modele strukturalne uwzględniające oddziaływanie międzyatomowe.

MODELOWANIE DRGAŃ NANORUREK WĘGLOWYCH

Obecne kierunki w badaniach nad nanorurkami węglowymi wskazują na rosnące zainteresowanie drganiami i rozprzestrzenianiem się fal [3, 5, 6] ze względu na różnorodne możliwości wykorzystania CNTs w nanoelektronice czy nanourządzeniach. Budowa modeli teoretycznych mających na celu określenie częstotliwości drgań własnych i kształtów poszczególnych faz drgań jest ważna z kilku powodów. Między innymi znajomość częstotliwości drgań własnych wraz ze stałymi materiałowymi w sposób pośredni pozwala określić efektywny moduł Younga. Częstotliwość oscylacji jest także sprawą kluczową w nanomechanicznych urządzeniach, takich jak np. rezonatory [5, 6]. Częstotliwości drgań własnych typowej nanorurki jednościennej swobodnie podpartej są na poziomie GHz, natomiast przy innych typach podparcia mogą sięgać rzędu THz [6]. W literaturze w modelowaniu drgań swobodnych nanostruktur spotyka się kilka modeli. Generalnie można je podzielić na: modele kontinuum, modele oddziaływań międzyatomowych oraz modele strukturalne uwzględniające oddziaływanie międzyatomowe. W modelach kontinuum nanorurka węglowa przybliżana jest za pomocą belki [3, 7-17] lub powłoki cylindrycznej [18-22]. Modele oddziaływań międzyatomowych korzystają z dynamiki molekularnej [3], podczas gdy modele strukturalne z oddziaływaniami międzyatomowymi [23-27] łączą w sobie mechanikę kontinuum i potencjały oddziaływań międzyatomowych.

MODELE KONTINUUM

Modele belkowe

W modelach belkowych wykorzystuje się równania ugięcia belki eulerowskiej dla smukłych nanorurek węglowych lub równanie belki Timoshenki dla krótkich nanorurek. Przejście z modelu kontinuum belki na model nanobelki odbywa się poprzez wykorzystanie sta-

łych materiałowych CNTs, takich jak: moduł Younga, średnica, długość, gęstość, efektywna grubość ścianki i oddziaływanie van der Waalsa. W modelu tym określone są przemieszczenia poprzeczne, tzn. formy drgań i częstotliwości drgań giętych.

W analizie nanorurek o niskim stosunku długości do średnicy wykorzystuje się teorię belek Timoshenki, uwzględniającą efekty poprzecznego ścinania. Efekty te mogą być istotne w przypadku wysokich częstotliwości rezonansowych poszczególnych nanorurek w strukturze wielościennej [6]. W modelu belki według teorii Timoshenki przemieszczenia poprzeczne $w(x, t)$ i kąt obrotu elementu normalnego do osi belki $\varphi(x, t)$ spowodowane zginaniem belki można zapisać dwoma sprzężonymi równaniami:

$$\begin{aligned} -KGA \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) &= \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ EI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - KGA \left(\varphi - \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= s \rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: E - efektywny moduł Younga belki, I - moment bezwładności belki względem osi obojętnej, A - przekrój belki, G - moduł Kirchhoffa, K - współczynnik ścinania zależny od geometrii przekroju, ρ - gęstość belki, x - współrzędna osiowa belki, t - czas, dla $s = 1$ - drgania skrętne, a dla $s = 0$ - drgania giętne. W pracy [7] użyto podwójnego modelu belki Timoshenki opisującego ruch wewnętrznej i zewnętrznej rurki w dwuściennej nanorurce węglowej. Następnie analizowano efekty poprzecznego ścinania przy częstotliwościach propagacji fal rzędu THz. Stwierdzono, iż ze względu na istnienie względnego ruchu pomiędzy rurkami w dwuściennej nanorurce węglowej przy wysokich częstotliwościach model belki uwzględniający poprzeczne ścinanie jest bardziej odpowiedni niż model belki eulerowskiej. Ci sami autorzy [8] wykorzystali również model belki Timoshenki do analizy częstotliwości drgań krótkiej SWCNT.

Równanie ugięcia belki eulerowskiej można zapisać w następujący sposób:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

gdzie: E - efektywny moduł Younga belki, I - moment bezwładności belki względem osi obojętnej, A - przekrój belki, ρ - gęstość belki, x - współrzędna osiowa belki, t - czas, $w(x, t)$ - przemieszczenia poprzeczne belki. Bazując na równaniu (2), uzyskano zależność na częstotliwości drgań własnych dla nanowłókien w warunkach drgań giętych w postaci:

$$f_n = \frac{(n\pi)^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{\rho A} \right)^{1/2} \quad (3)$$

gdzie: L - długość belki, n - numer formy drgań, f_n - częstotliwość dla n -tej formy drgań w Hz. Dla nanoru-

rek o średnicy wewnętrznej D_w i zewnętrznej D_z równanie (2) jest następujące:

$$f_n = \frac{(n\pi)^2}{8\pi L^2} \left(\frac{E(D_z^2 + D_w^2)}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4)$$

Równania (3) i (4) wykorzystywane są do określenia efektywnego poprzecznego modułu Younga CNTs z pomiaru częstotliwości drgań własnych oraz do oszacowania częstotliwości drgań nanorezonatorów. Wielu autorów [3, 5, 9] zwraca uwagę na zależność otrzymanych wartości częstotliwości od przyjętych warunków brzegowych.

Model pojedynczej sprężystej belki wykorzystywany jest zarówno do analizy drgań jedno- [3, 6] i wielościennej [5] CNTs, przy czym w modelu struktur wielościennej zakłada się, że wszystkie rurki pozostają współosiowe w trakcie deformacji [10, 11]. Jednakże takie podejście do analizy drgań wielościennej nanorurek węglowych nie jest korzystne ze względu na złożoność analizowanej struktury. Model ten nie uwzględnia względnych wewnętrznych drgań struktury wielościennej. Obecnie prace analizujące drgania wielościennej nanorurki bazują na pracy [12], w której w opisie deformacji MWCNT uwzględniono przemieszczenia międzywarstwowe. W modelu tym każda z rurek początkowo współosiowej struktury wielościennej opisywana jest jako pojedyncza belka, a ugięcia wszystkich sąsiednich nanorurek powiązane są oddziaływaniami van der Waalsa. Yoon i in. [13, 14], opierając się na pracy [12], analizowali drgania wielościennej nanorurki węglowych, wykorzystując N -sprzężonych równań na ugięcie belki zawierające siły oddziaływań van der Waalsa, gdzie N oznaczało ilość nanorurek w strukturze wielościennej drgających w jednej płaszczyźnie [12, 13]:

$$\begin{aligned} c_1[w_2 - w_1] &= EI_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \rho A_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}, \\ c_2[w_3 - w_2] - c_1[w_2 - w_1] &= EI_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \rho A_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \\ -c_{N-1}[w_N - w_{N-1}] &= EI_N \frac{\partial^4 w_N}{\partial x^4} + \rho A_N \frac{\partial^2 w_N}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie: $w_j(x, t)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) - ugięcie j -tej nanorurki, A_j i I_j - przekrój i moment bezwładności j -tej nanorurki, N - najbardziej zewnętrzna nanorurka, moduł Younga $E = 1$ TPa (dla efektywnej grubości pojedynczej ścianki nanorurki równej 0,35 nm), gęstość = 1,3 g/cm³. Współczynnik oddziaływań van der Waalsa c_j ($j = 1, 2, \dots, N-1$) można oszacować następująco [12]:

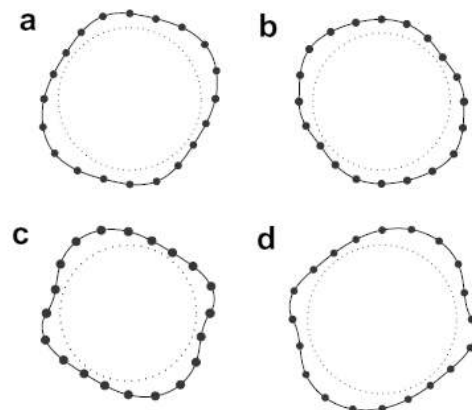
$$c_j = \frac{2000 \times (2R_j)}{0,16d^2}, \text{ erg/cm}^2 \quad (6)$$

gdzie: $d = 0,142$ nm, R_j - wewnętrzny promień j -tej rurki. Yoon i inni wykazali brak współosiowości w drganiach nanorurki wielościennej, a uzyskane czę-

stotliwości były na poziomie THz. Niewspółosiowość struktury pojawiła się przy wyższych częstotliwościach drgań wielościennej nanorurek węglowych i w efekcie spowodowała rozbitcie współosiowości struktury przy bardzo wysokich częstotliwościach. Autorzy podkreślili, iż efekt ten może istotnie wpływać na właściwości elektryczne i optyczne CNTs. Podobne podejście uwzględniające oddziaływania van der Waalsa w przypadku analizy drgań poprzecznych dwuściennej CNT zaprezentowano w pracy [15]. Oddziaływania van der Waalsa opisano tutaj za pomocą potencjału Lennarda-Jonesa. Autorzy również wykazali niewspółosiowość wszystkich form drgań (drgania są prawie współosiowe tylko w pierwszej formie), a amplituda drgań wewnętrznej nanorurki jest większa niż nanorurki zewnętrznej. Zhang i in. [16] analizowali DWCNT w warunkach ściskania i stwierdzili, iż wzrost siły ściskającej powoduje redukcję częstotliwości. W pracy [17] analizowano rozprzestrzenianie się faz w nanostrukturach, bazując na modelu belkowym i widmowych elementach skończonych.

Model powłokowy

W modelu powłokowym drgań swobodnych nanorurki węglowej przejście z modelu makropowłoki na model nanopowłoki odbywa się podobnie jak w modelu nanobelki poprzez wykorzystanie stałych materiałowych opisujących nanorurkę. Zastosowanie modelu powłokowego pozwala na uzyskanie częstotliwości drgań własnych badanej nanostruktury w kierunku wzdłużnym (osiowym) i promieniowym (obwodowym). W pracy [18] zastosowano model sprężystej powłoki w analizie drgań wielościennej nanorurki. Autorzy podkreślili, iż międzywarstwowe siły van der Waalsa silnie wpływają na formy drgań promieniowych dla wielościennej nanorurki o dużych średnicach, natomiast ich wpływ na formy drgań wzdłużnych i obwodowych jest w praktyce nieistotny. Wang i in. w pracy [19] przedstawili uproszczony model powłokowy, który zastosowali w analizie wybożenia i częstotliwości drgań własnych.



Rys. 1. Propagacja fal w kierunku promieniowym dla SWCNT (promień wewnętrzny $R_w = 2,0$ nm)

Fig. 1. Radial wave propagation in SWCNT (inner radius $R_w = 2.0$ nm)

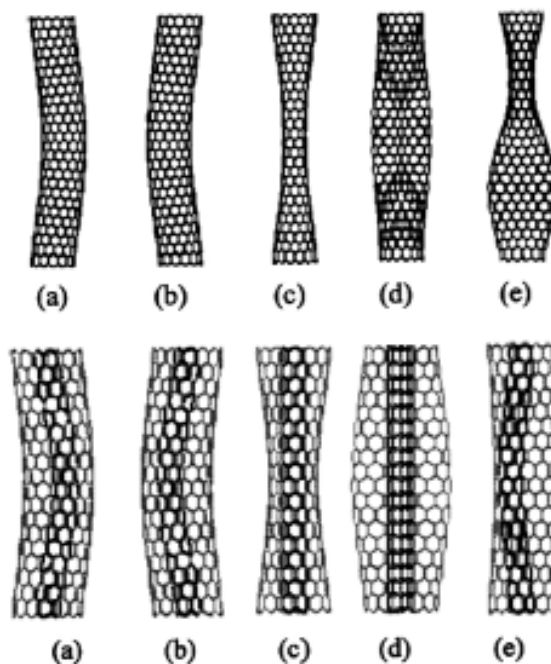
Model cienkościennego cylindra został zastosowany przez Mahana [20] do analizy form drgań jednościennej CNT w niskich częstotliwościach. Prowadzona analiza dotyczyła drgań poprzecznych, obwodowych i wzdłużnych. Mitra i Gopalakrishnan analizowali drgania swobodne jedno- [21] i wielościennej [22] nanorurki węglowej, wykorzystując model złożonej powłoki uwzględniający oddziaływania van der Waalsa i symulację propagacji fal z użyciem widmowych elementów skończonych w warunkach zmiany częstotliwości i czasu. Analiza częstotliwości drgań własnych jednościennej CNTs z różnymi średnicami wykazała, że częstotliwość spada liniowo ze wzrostem średnicy CNTs. Na rysunku 1 zaprezentowano rozprzestrzenienie się fal w kierunku promieniowym dla jednościennej CNT.

MODELE ODDZIAŁYWAŃ MIĘDZYATOMOWYCH I MODELE STRUKTURALNE Z ODDZIAŁYWANAMI MIĘDZYATOMOWYMI

Prezentowane powyżej modele kontinuum zakładają ciągły rozkład sztywności i masy i niestety nie uwzględniają atomowej struktury CNTs. Podejście uwzględniające oddziaływania międzyatomowe w analizie drgań nanostruktur wykorzystuje dynamikę molekularną [1, 3, 6]. Zastosowanie tej metody daje dokładne rezultaty, ale jest dosyć uciążliwe i ograniczone do analizy krótkich nanorurek węglowych. W celu połączenia modeli kontinuum z modelami oddziaływań międzyatomowe zaproponowane w pracy [23], a następnie rozwinięte w [24]. W modelach tych nanoskopowa rurka węglowa przedstawiana jest jako makroskopowa struktura ramowa. W celu otrzymania wymaganych parametrów do analizy strukturalnej ustalono związki pomiędzy obliczeniami wynikającymi z chemii molekularnej i z mechaniki strukturalnej. Modele strukturalne z oddziaływaniami pozwalają uzyskać wszystkie możliwe formy drgań. W pracy [25] wykorzystano powyższy model, aby określić częstotliwości drgań własnych i formy drgań dla jedno- i dwuściennej nanorurek węglowych. W prezentowanej pracy określono wpływ średnicy rurki, długości i warunków brzegowych na częstotliwość drgań własnych. Na rysunku 2 zaprezentowano formy drgań dla SWCNT i DWCNT. Wyniki analizy drgań SWCNT typu armchair i zigzag jednostronnie utwierdzonej i swobodnie podpartej bazujące na modelu strukturalnym z oddziaływaniami międzyatomowymi przedstawiono w pracy [26]. Prezentowane częstotliwości drgań własnych dla struktury armchair były generalnie wyższe niż dla struktury zigzag.

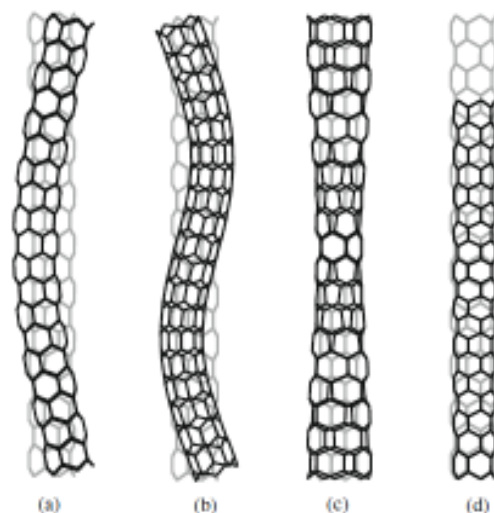
Autorzy podkreślili dużą rozbieżność w wartościach otrzymanych częstotliwości w porównaniu do wartości uzyskanych z modeli kontinuum, przy czym prezentowane częstotliwości są wyższe niż te otrzymane z teorii drgań. Prawdopodobnie różnica w uzyskanych rezulta-

tach wynika z faktu, iż grubość powłoki cylindrycznej nie jest teoretycznie określana. Z analizy kształtu poszczególnych form drgań widać, iż formy pierwsza i druga dotyczą drgań giętymi, trzecia promieniowych, a czwarta osiowych (rys. 3). Wykorzystując model strukturalny z oddziaływaniami w pracy [27], określono, na podstawie uzyskanych częstotliwości drgań własnych, wartości efektywnego modułu Younga w kierunkach wzdłużnym i obwodowym dla SWCNT.



Rys. 2. Formy drgań dla SWCNT (rzęd górny) i DWCNT (rzęd dolny). Nanorurki obustronnie utwierdzone

Fig. 2. Mode shapes for SWCNT (1st row) and DWCNT (2nd row). Nanotubes rigidly clamped on both ends



Rys. 3. Pierwsze cztery formy drgań dla SWCNT swobodnie podpartej
Fig. 3. Mode shapes of a free-free SWCNT (1st-4th mode)

Obliczenia teoretyczne modułu Younga dla nanorurek węglowych według różnych modeli wykazują bardzo duży rozrzut i wynoszą od 0,94 [28] do 5,5 TPa [29], natomiast wartości uzyskane z analizy doświad-

czalnej są na poziomie 1,25 TPa dla SWCNTs [30] oraz $1,29 \pm 0,59$ TPa dla MWCNTs [10]. Należy tutaj podkreślić, iż technologia wytwarzania CNTs ma istotny wpływ na wartości modułu Younga uzyskiwane eksperymentalnie.

PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano obecne tendencje w modelowaniu częstotliwości drgań własnych jedno- i wielościennych nanorurek węglowych. Przedstawiono modele mechaniki kontinuum, w tym model belkowy i powłokowy oraz modele strukturalne uwzględniające wpływ oddziaływań międzyatomowych. Zwrócono uwagę na niewspółosiowość drgań wielościennych nanorurek węglowych, co może istotnie wpływać na ich właściwości elektryczne i optyczne oraz na różnice w otrzymanywanych wartościach częstotliwości drgań własnych w zależności od przyjętych warunków brzegowych.

Podziękowania

Praca finansowana ze środków MNiSW w ramach umowy nr 1174/B/T02/2009/36.

LITERATURA

- [1] Nalwa H.S., Nanostructured materials and nanotechnology, Academic Press 2000.
- [2] Przygocki W., Włochowicz A., Fulerey i nanorurki, WNT, Warszawa 2001.
- [3] Qian D., Wagner G.J., Liu W.K., Yu M-F., Ruoff R.S., Mechanics of carbon nanotubes, Applied Mechanics Review 2002, 55.
- [4] Srivastava D., Wei Ch., Cho K., Nanomechanics of carbon nanotubes and composites, Applied Mechanics Review 2003, 56.
- [5] Gibson R.F., Modal vibration response measurements for characterization of composite materials and structures, Composite Science and Technology 2000, 60.
- [6] Gibson R.F., Ayorinde E.O., Wen Y.-F., Vibrations of carbon nanotubes and their composites: A review, Composite Science and Technology 2007, 67.
- [7] Yoon J., Ru C.Q., Mioduchowski A., Timoshenko-beam effects on transverse wave propagation in carbon nanotubes, Composite B 2004, 35.
- [8] Yoon J., Ru C.Q., Mioduchowski A., Terahertz vibration of short carbon nanotubes modeled as Timoshenko beams, Journal Applied Mechanics 2005, 72.
- [9] Elishakoff I., Pentaras D., Fundamental natural frequencies of double-walled carbon nanotubes, Journal of Sound and Vibration 2009, 322.
- [10] Wong E.W., Sheehan P.E., Lieber C.M., Nanobeam mechanics: elasticity, strength, and toughness of nanorods and nanotubes, Science 1997, 277.
- [11] Treacy M.M., Ebbesen T.W., Gibson J.M., Exceptionally high Young's modulus observed for individual carbon nanotubes, Nature 1996, 381.
- [12] Ru C.Q., Column buckling of multiwalled carbon nanotubes with interlayer radial displacements, Physical Review B 2000, 62.
- [13] Yoon J., Ru C.Q., Mioduchowski A., Noncoaxial resonance of fan isolated multiwall carbon nanotube, Physical Review B 2002, 66.
- [14] Yoon J., Ru C.Q., Mioduchowski A., Vibration of an embedded multiwall carbon nanotube, Composite Science and Technology 2003, 63.
- [15] Natsuki T., Ni Q.-Q., Mendo M., Analysis of vibration characteristics of double-walled carbon nanotubes, Carbon 2008, 46.
- [16] Zhang Y., Liu G., Han X., Transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes under compressive axial load, Physical Letter A, 2005, 340.
- [17] Varadan V.K., Vinoy K.J., Gopalakrishnan S., Smart material systems and MEMS: design and development methodologies, John Wiley & Sons 2006.
- [18] Wang C.Y., Ru C.Q., Mioduchowski A., Free vibration of multiwall nanotubes, Journal of Applied Physics 2005, 97.
- [19] Wang C.Y., Ru C.Q., Mioduchowski A., Applicability and limitations of simplified elastic shell equations for carbon nanotubes, Journal of Applied Mechanics 2004, 71.
- [20] Mahan G.D., Oscillations of thin hollow cylinder: carbon nanotubes, Physical Review B 2002, 65.
- [21] Mitra M., Gopalakrishnan S., Vibrational characteristics of single-walled carbon-nanotube: time and frequency domain analysis, Journal of Applied Physics 2007, 101.
- [22] Mitra M., Gopalakrishnan S., Wave propagation in multi-walled carbon nanotube, Computational Materials Science 2009, 45.
- [23] Odegard G.M., Gates T., Nicholson L.M., Wise K.E., Equivalent-continuum modeling of nano-structured materials, Composites Science and Technology 2002, 62.
- [24] Li Ch., Chou T.-W., A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes, International Journal of Solids and Structures 2003, 40.
- [25] Li Ch., Chou T.-W., Vibrational behaviours of multiwalled-carbon-nanotube-based nanomechanical resonators, Applied Physics Letters 2004, 84.
- [26] Cheng H.-C., Liu Y.-L., Hsu Y.-C., Chen W.-H., Atomistic-continuum modeling for mechanical properties of single-walled carbon nanotubes, International Journal of Solids and Structures 2009, 46.
- [27] Muc A., Design and identification methods of effective mechanical properties for carbon nanotubes, Materials and Design 2010, 31.
- [28] Belytschko T., Xiao S.P., Schatz G.C., Ruoff R., Atomistic simulations of nanotube fracture, Physical Review B 2002, 65.
- [29] Yakobson B.I., Samsonidze G., Samsonidze G.G., Atomistic theory of mechanical relaxation in fullerene nanotubes, Carbon 2000, 38.
- [30] Krishnan A., Dujardin E., Ebbesen T.W., Yianilos P.N., Treacy M.M.J., Young modulus of single-walled nanotubes, Physical Review B 1998, 58.